**<u>Il Vincolo di Bilancio</u> o Retta di Bilancio** definisce l'insieme dei panieri che il consumatore può acquistare spendendo completamente il proprio reddito.

**Nella formula del vincolo di bilancio compaiono:**

- ***due variabili*, le quantità dei beni $y_1$ e $y_2$**
- ***tre dati*, i due prezzi e il reddito.**

**Anche per i *tre dati* usiamo dei simboli:**

- $p_1$ **e** $p_2$ **per i prezzi**
- $M$ **per il reddito**

## Formula implicita

$$p_1 y_1 + p_2 y_2 = M$$

## Formula esplicita

$$y_2 = \frac{M}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} y_1$$

# Esercizio 1

Dato un vincolo di bilancio 100=5X+10Y, dove X e Y sono le quantità dei beni X e Y, stabilire se i seguenti panieri A=(20,10), B=(10,10), C=(10,5), sono acquistabili oppure no?

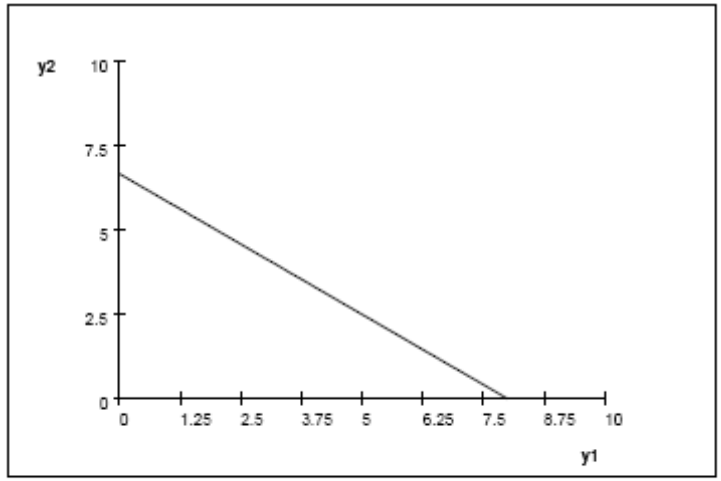
- Non è acquistabile nessun paniere
- A e C no, B sì
- B e C no, A sì
- A e B no, C sì
- Nessuna delle risposte indicate è corretta

$$y_2 = M/P_2 - P_1/P_2 y_1$$

**Esercizi di statica comparata:**

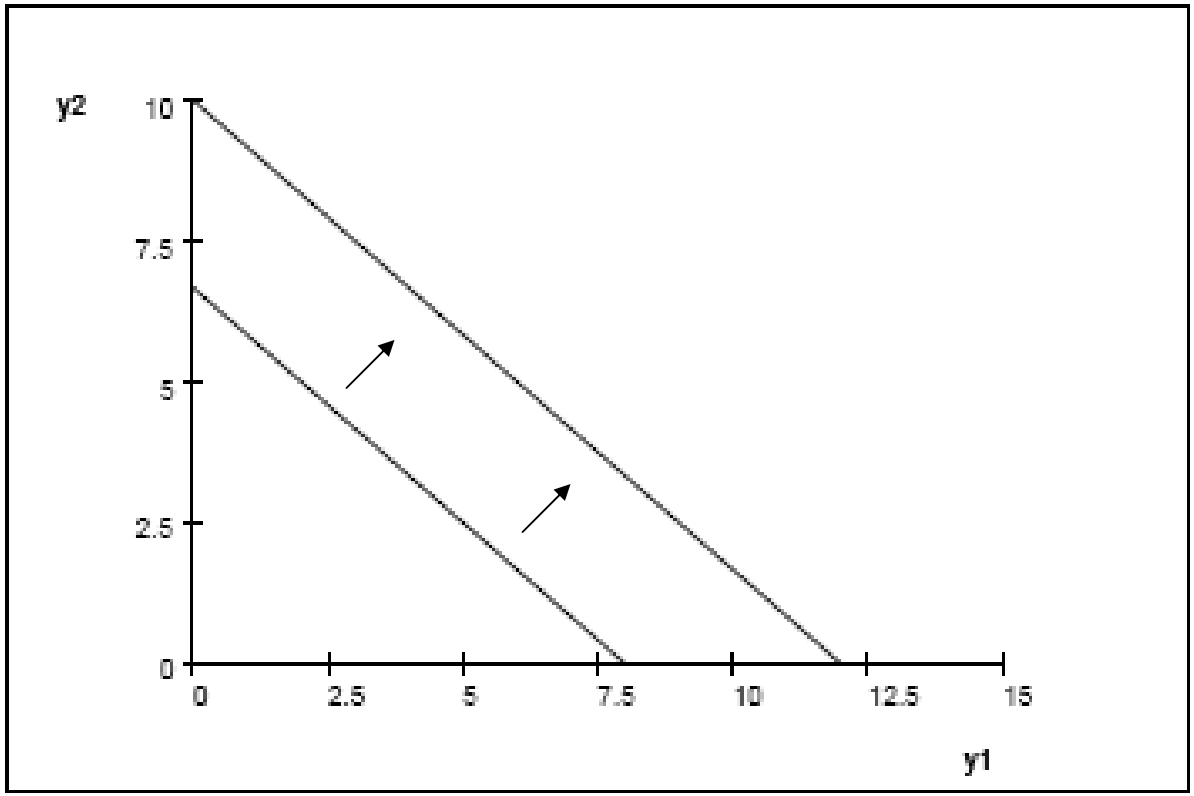
*Cosa accade alla funzione di interesse (in questo caso il vincolo di bilancio) quando varia un parametro (**$p_1$, $p_2$ o M**), lasciando costante tutto il resto?"*

possiamo avere tre diverse situazioni:

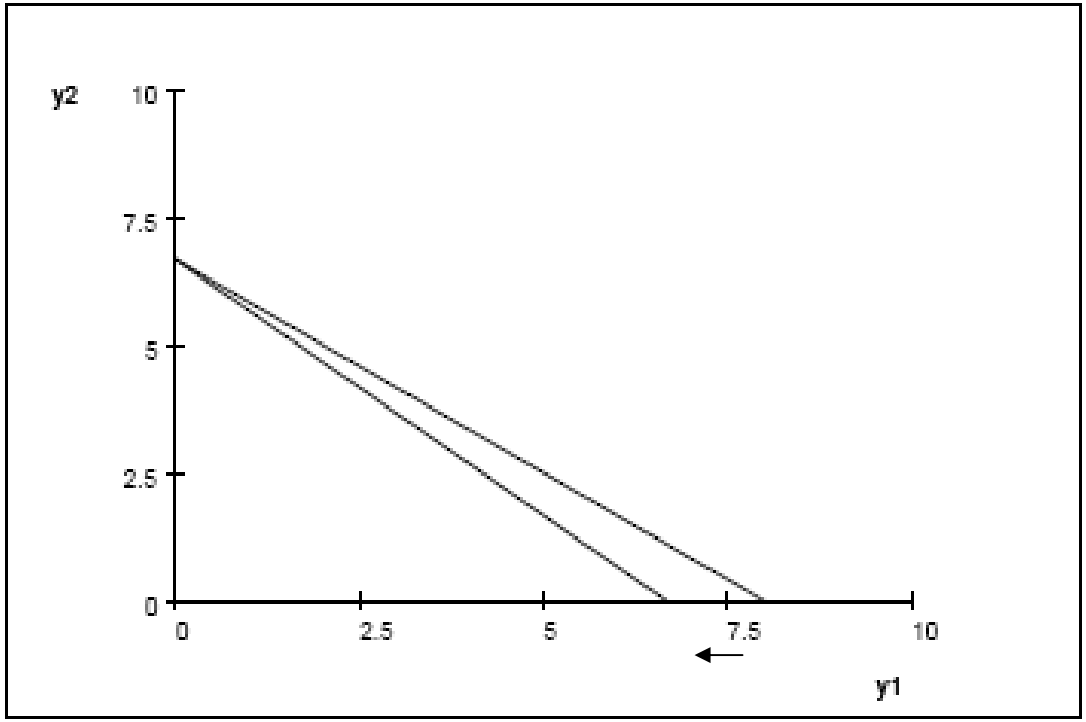



- AUMENTA M: varia l'intercetta e il vincolo ha uno spostamento parallelo verso destra;
- AUMENTA $p_1$ : l'intersezione con l'asse delle ascisse (in questo caso di y1) si sposta verso l'origine e la pendenza della retta aumenta;
- AUMENTA $p_2$: l'intercetta si avvicina all'origine e la pendenza diminuisce.

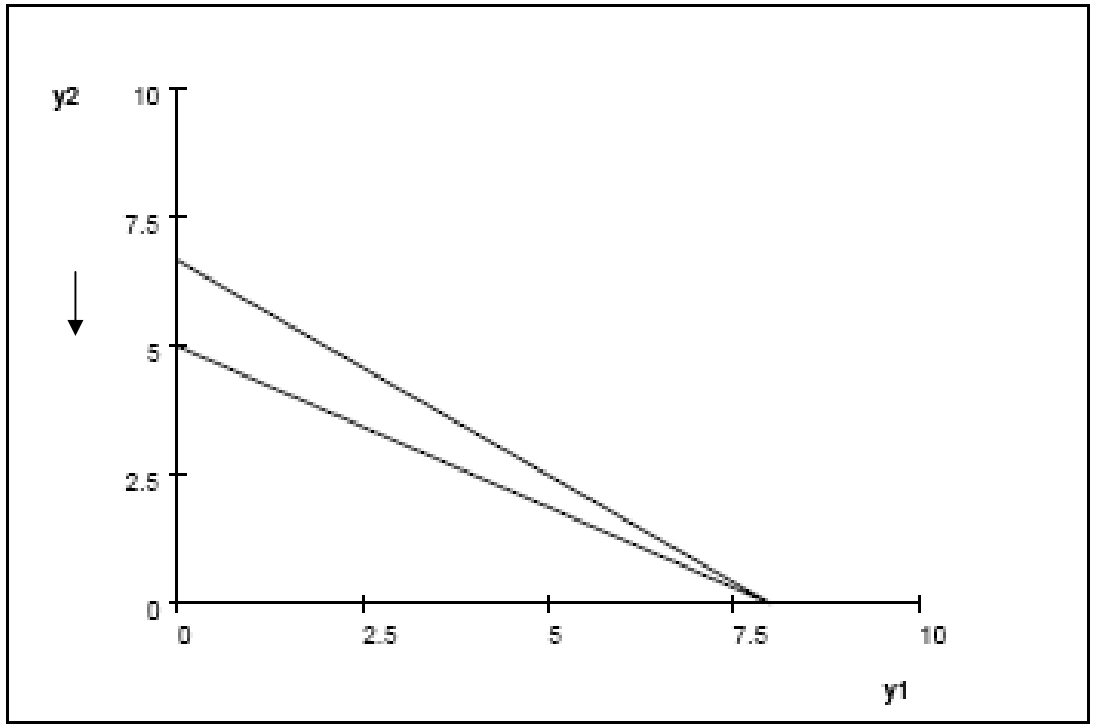
Aumento di reddito ⇨ M ↑



# Aumento di $P_1$



# Aumento di $P_2$



# Esercizio 2

Un individuo ha un reddito M= 100 che spende interamente tra cibo, il cui prezzo Pc=10, e vestiti, il cui prezzo è Pv=25.

1. Derivare il vincolo di bilancio con l'intercetta orizzontale, verticale e la pendenza.
2. Dopo aver fornito una rappresentazione grafica, mostrare cosa succede se il prezzo dei vestiti scende a Pv'=10.

# ESERCIZIO 3

Si supponga che uno studente abbia delle preferenze regolari per i beni x e y e che consideri i panieri A (4,12) e B (12,4) indifferenti tra
loro. Indicare, con l'aiuto del grafico, quale delle seguenti affermazioni è **necessariamente vera**:

- il paniere C (10,7) è strettamente preferito al paniere D (7,10);
- il paniere D (7,10) è strettamente preferito al paniere C (10,7);
- il paniere A (4,12) è strettamente preferito al paniere E (12,3).

# ESERCIZIO 4 (curve di indifferenza)

Confrontate i seguenti panieri contenti mele (x) e pere (y):

*A(10,10) , B(15,20)*

In base alle ipotesi di razionalità del consumatore, secondo voi quale delle seguenti relazioni è vera?

B >A, B<A, A=B ,

- Fornite una rappresentazione grafica di tutti i panieri indifferenti ad A.

**Se il vincolo di bilancio rappresenta ciò che l'individuo può fare e le curve d'indifferenza ciò che egli vuole fare, dall'unione di questi aspetti riusciamo a stabilire cosa il consumatore realmente fa.**

**Trovare l'equilibrio del consumatore vuol dire mettere insieme le informazioni riassunte nelle curve d'indifferenza con quelle contenute nel vincolo di bilancio.** O più rigorosamente cercare di "massimizzare l'utilità degli individui sotto il vincolo di bilancio", ovvero di raggiungere l'utilità più alta entro i limiti dettati dal reddito e dai prezzi correnti.

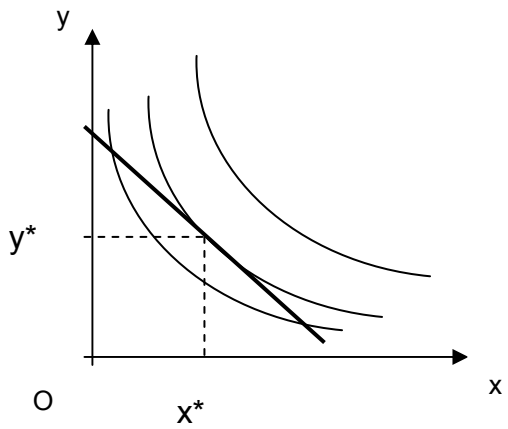
# L'equilibrio del consumatore
(in termini grafici ed analitici)

- Graficamente il problema è semplice: indipendentemente dal tipo di preferenze in esame si tratta di identificare la curva d'indifferenza più lontana dall'origine, tra quelle che toccano il vincolo di bilancio: **il punto di "contatto" è l'equilibrio del consumatore.**

- Analiticamente bisogna prestare maggiore attenzione dal momento che tale punto viene calcolato in modo diverso a seconda che le preferenze siano del tipo generale, o rientrino nei casi particolari di perfetti complementi o perfetti sostituti.

La curva d'indifferenza più esterna, tra quelle che toccano il vincolo di bilancio, è la tangente. Per trovare l'equilibrio impongo, dunque, la condizione di tangenza :

**Graficamente**




**Analiticamente**

$$\begin{cases} MRS_{y,x} = p_x / p_y \\ M = p_x\ x + p_y\ y \end{cases}$$

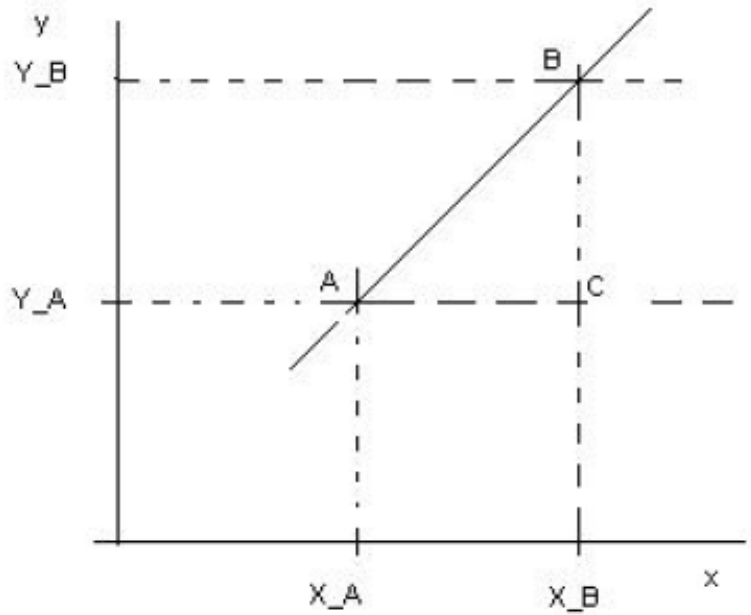
*Esempio*

*Sapendo che un individuo ha funzione di utilità del tipo U (x,y) = x y e che M =10, $p_x$ =1, $p_y$= 2, trovare l'equilibrio del consumatore .*

*Dalla funzione di utilità capisco che l'individuo ha preferenze di tipo Cobb Douglas e che, dunque, per calcolare l'equilibrio devo impostare un sistema analogo a quello descritto poco sopra, inserendo i dati del problema:*

$$\begin{cases} \frac{y}{x} = \frac{1}{2} \\ 10 = x + 2y \end{cases} \quad \begin{cases} y = \frac{1}{2}x \\ 10 = x + 2\ \frac{1}{2}x \end{cases} \quad \begin{cases} y = \frac{1}{2}x \\ 10 = 2x \end{cases} \quad \text{Eq.} \begin{cases} x^* = 5 \\ y^* = 2.5 \end{cases}$$

Come abbiamo visto, il coefficiente angolare (m) misura l'inclinazione della retta. Graficamente dati due punti A(X_A,Y_A) e B(X_B,Y_B), sappiamo che: m= $\Delta y/\Delta x$ =*(Y_B - Y_A) / (X_B - X_A)*




**Una *variazione* ($\Delta x$): è la *differenza* tra il livello *finale* di una variabile, che indichiamo con $x^n$ ("n" sta per "nuovo"), e il suo livello *iniziale*, che indichiamo con $x^v$ ("v" sta per "vecchio").**

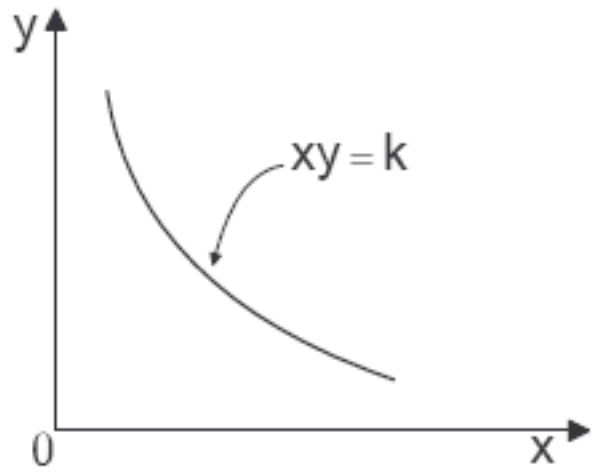
**Perciò: $\Delta x = x^n - x^v$**

La relazione tra variabili che troviamo nei modelli economici non sono sempre lineari, per cui non hanno sempre la forma grafica di una retta. Spesso queste relazioni hanno la forma di una curva.

**Ad esempio: xy = k**

La rappresentazione grafica di questa funzione è un'iperbole ossia una curva che discende continuamente da sinistra verso destra.

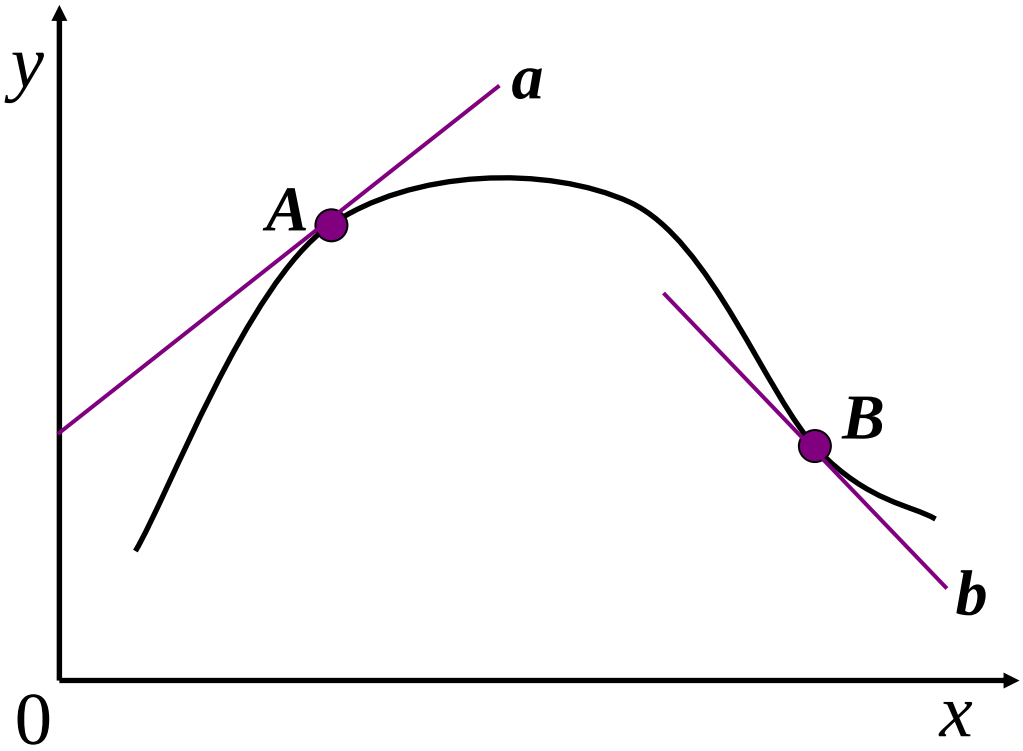
Il grafico dell'iperbole



# L'inclinazione di una curva

L'*inclinazione* di una *retta* è misurata dal suo *coefficiente angolare*

**Come si misura l'inclinazione di una curva?**



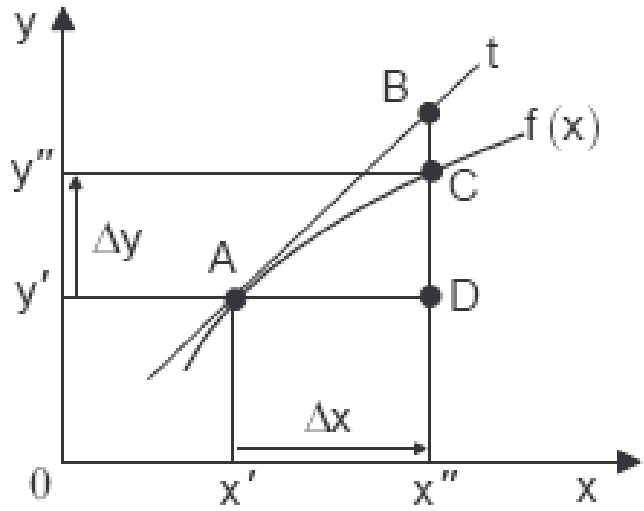

Essa varia da punto a punto. In ogni punto è misurata dal coefficiente angolare della retta tangente. E ha lo stesso significato: il rapporto tra la variazione di $y$ e quella di $x$. Ossia $\Delta y/\Delta x$ . Ma solo se $\Delta x$ è "piccola".

# L'inclinazione di una curva

- L'inclinazione ha un importante significato: **misura di quanto varia il valore di y quando x varia di una unità**; oppure, il che è lo stesso misura il rapporto tra $\Delta X$ e $\Delta Y$ quando $\Delta X$ è diverso da uno

- Generalizzando questa definizione: **l'inclinazione di una curva in un particolare punto viene misurata dall'inclinazione della retta tangente alla curva in quel punto**

L'inclinazione di una curva



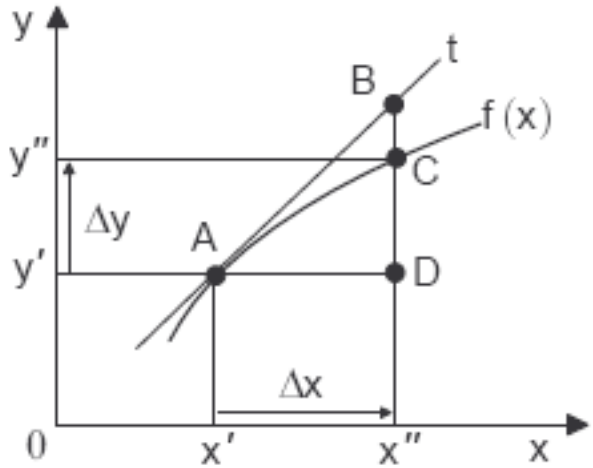

Si supponga che il coefficiente angolare della retta t sia pari a 3. Quindi se si accresce di 1 unità il valore di x (rispetto al valore di partenza x') il valore di y lungo la retta aumenta di 3. Ma a noi interessa sapere di quanto aumenta la y lungo la curva; ed è facile rendersi conto che l'aumento è un po' meno di 3. Tuttavia se la variazione della x fosse molto piccola allora dire che in questo caso Δy lungo la curva è pari a 3 diventa un'approssimazione assolutamente soddisfacente.

La domanda che ci poniamo è: **"Cosa succede se si sceglie un valore di X molto piccolo?"**

Effettuiamo il passaggio al limite ossia selezioniamo X tale che si discosti da zero per un valore trascurabile.

Cambia la simbologia: non più ΔX ma dx, non più ΔY ma dy. Considerando il nostro triangolo, i due punti presi a riferimento ora vengono a coincidere (B si avvicina sempre più ad A), il rapporto dy dx non si riferisce più ad un intervallo ma ad un punto.

L'inclinazione di una curva



# Il concetto di derivata

Se si chiedesse a un matematico che cos'è la derivata risponderebbe più o meno così: *"La derivata è il limite del rapporto incrementale quando l'incremento della variabile tende a zero."*

Espressa con parole meno rigorose questa definizione non significa altro che: **La derivata coincide col rapporto incrementale quando Δx è un numero molto piccolo così piccolo da essere ai fini pratici approssimabile con lo zero, anche se non è proprio zero.**

A differenza dal rapporto incrementale, dunque, ora la variazione della x non è effettiva ma solo potenziale. La derivata ci dice se la funzione in quel punto è crescente o decrescente.

In simboli la derivata di una funzione si indica con: dy dx , y', f'(x).