

# Impresa e produzione

1

*Impresa* = qualsiasi soggetto  
che *produce beni* e *li vende* sul mercato,  
allo *scopo* di rendere *massimo* il proprio *profitto*.

*Produzione* = attività che *impiega input* (risorse, come lavoro e altro) secondo una determinata legge tecnica (*funzione di produzione*) e che in questo modo *ottiene output* o prodotti (beni e servizi da vendere sul mercato o, eventualmente, da consumare)

# Profitto e ricavo

2

*Profitto* ( $\pi$ ) = *differenza* tra i *ricavi* ( $R_t$ ) e i *costi* ( $C_t$ ).

Scriveremo perciò:

$$\pi = R_t - C_t$$

*Ricavo totale* ( $R_t$ ) = ciò che l'impresa incassa dalla vendita dei prodotti → moltiplicazione della *quantità venduta* ( $y$ ) *per il prezzo* ( $p$ ) al quale viene venduta:

Scriveremo  $R_t = p \times y$  o, più brevemente,

$$R_t = py$$

# Il significato della parola “costo”

Il costo (totale) comprende tutte le spese di produzione, ma:

- (a) vi sono *spese* che *non* vanno contabilizzate tra i *costi*;
- (b) vi sono *costi* cui *non* corrisponde una *spesa* effettiva (es. la remunerazione “normale” dell'imprenditore).

(a) Nel caso di un mezzo di produzione *durevole*, va contata non tutta la spesa ma solo il *prezzo del “servizio”* (interesse più ammortamento).

(b) Vanno contati tutti i cosiddetti “costi-opportunità”, anche quando non comportano spese effettive.

*Costo-opportunità*: quando si usa nell'impresa una risorsa senza pagarla, si deve conteggiare tra i costi il *mancato guadagno* che sarebbe derivato dall'*uso alternativo* (esempi: lavoro dell'imprenditore; remunerazione del capitale proprio).

# Costi e produzione

4

Da che dipendono i costi?

Da *due cose*:

- (a) *la tecnologia*;
- (b) *i prezzi degli inputs*

La *tecnologia* è sintetizzata dalla *funzione di produzione*

Assumiamo che la produzione richieda *due inputs*:  
 *$x_1$  (lavoro) e  $x_2$  (macchine).*

Indichiamo i *prezzi dei due inputs* con i simboli  $w_1$  e  $w_2$ . In concorrenza anche questi prezzi sono *dati*.

La relazione tra costo di produzione e *inputs* è allora:

$$Ct = w_1x_1 + w_2x_2$$

# Funzione di produzione

5

Quando ci sono solo due *inputs* la funzione di produzione è una formula con *due variabili indipendenti*:

$$y = f(x_1, x_2)$$

Un esempio molto semplificato:

$$y = \sqrt{x_1 \cdot x_2}$$

La funzione di produzione fornisce *tre* tipi di *informazioni* sulla tecnologia:

- (a) effetto sulla quantità prodotta  $y$  se si aumenta *un solo input* lasciando *invariata* la quantità dell'altro (*produttività marginale*);
- (b) effetto sulla quantità prodotta  $y$  se si accrescono *entrambi* gli *inputs* nella stessa proporzione (*rendimenti di scala*);
- (c) effetto sulla quantità prodotta  $y$  se si *sostituisce* (in parte) un *input* con l'altro (*saggio marginale di sostituzione tecnica*).

# Produttività marginale

6

Riprendiamo l'esempio di funzione di produzione precedente (quella con la radice quadrata). Assumiamo che  $x_2 = 100$

La formula diventa  $y = 10\sqrt{x}$

***Produttività marginale del lavoro:*** l'aumento di prodotto quando  $x$  (il lavoro) aumenta di una unità (e l'altro input rimane costante)

## PRODOTTO TOTALE

## PRODUTTIVITÀ MARGINALE

$$x = 0 \rightarrow y = 0$$

$$x = 1 \rightarrow y = 10$$

$$x = 2 \rightarrow y \approx 14.1$$

$$x = 3 \rightarrow y \approx 17.3$$

$$x = 4 \rightarrow y = 20$$

$$x = 5 \rightarrow y \approx 22.3$$

eccetera ...

$$\text{UNITÀ 1} \rightarrow Pm = 10$$

$$\text{UNITÀ 2} \rightarrow Pm \approx 4.1$$

$$\text{UNITÀ 3} \rightarrow Pm \approx 3.2$$

$$\text{UNITÀ 4} \rightarrow Pm \approx 2.7$$

$$\text{UNITÀ 5} \rightarrow Pm \approx 2.3$$

eccetera ...

Nel nostro esempio la *produttività marginale* è *decrescente*.

# Breve e lungo periodo

7

Riguarda la libertà dell'impresa nella scelta degli *inputs*.

**BREVE PERIODO.** L'impresa può scegliere solo la quantità di un *input*, detto *input variabile*; data come non modificabile la quantità dell'altro *input*, detto *input fisso*.

**LUNGO PERIODO.** L'impresa può scegliere liberamente tutti e due gli *inputs*, che sono perciò entrambi variabili.

Sia  $x_1$  l'input *sempre* variabile (lavoro). L'input *fisso* nel breve periodo ( $x_2$ , il numero delle macchine) verrà chiamato *impianto*. Nel breve periodo il prodotto può variare solo se varia il lavoro. La funzione di produzione ha una sola variabile indipendente. Poiché  $x_2$  è dato, scriveremo  $y = f(x_1)$  e, semplificando la notazione,  $y = f(x)$ . Ritorniamo all'esempio precedente.

Cosa succede se aumentiamo *entrambi gli inputs* (il che, come sappiamo, può avvenire solo nel *lungo periodo*).

Usando la formula precedente, un raddoppio di entrambi gli *inputs* (lavoro e impianto) raddoppia anche la quantità prodotta.  
→ Il prodotto varia della *stessa percentuale* in cui vengono variati i due *inputs*.

Quando si verifica questo risultato si dice che la produzione presenta *rendimenti costanti di scala*.

Se i rendimenti sono costanti, la produttività marginale è *per forza* decrescente: impiegando *sempre più* lavoro nello *stesso impianto*, quest'ultimo va “fuori giri” (per usare al meglio più lavoro, ci vuole un impianto più grosso).



# Rendimenti crescenti e decrescenti

9

Cosa succede alla produzione se aumentiamo *entrambi gli inputs nella stessa percentuale*?

*Rendimenti crescenti di scala*: il prodotto aumenta di una percentuale *maggiore*

*Rendimenti decrescenti di scala*: il prodotto aumenta di una percentuale *minore*

La produttività marginale è ancora decrescente nel caso dei rendimenti decrescenti.

# La scelta della tecnica

10

Quanto lavoro  $x_1$  e macchine  $x_2$  sceglie l'impresa per produrre nel lungo periodo?

La scelta si basa su *tre elementi* e su *un criterio*.

I tre elementi (dati):

- (i) la quantità  $y$  che l'impresa ha deciso di produrre nel lungo periodo
- (ii) le caratteristiche tecniche della funzione di produzione;
- (iii) i prezzi dei due *inputs*.

Il criterio:

l'impresa sceglie la *combinazione* di  $x_1$  e  $x_2$  (la “tecnica”) che le consente di produrre la quantità data  $y$  al *minimo costo*.

È un'altra applicazione dell'*ipotesi di razionalità*.

# Alternative tecniche

Non esploriamo la questione di come sia stata decisa la quantità da produrre nel lungo periodo: per noi  $y$  è ora un dato.

Questa quantità data può essere ottenuta, in generale, con *diverse combinazioni* dei due *inputs* (“molto” lavoro e “poche” macchine, oppure “molte” macchine e “poco” lavoro), ossia con diverse *alternative tecniche*.

Queste alternative sono descritte dalla *funzione di produzione*.

Consideriamo la funzione precedente (la formula con la “radice”) e fissiamo la quantità al livello  $y = 10$ . È facile verificare che questa quantità può essere ottenuta con diverse combinazioni dei due *inputs*:  $x_1 = 10$  e  $x_2 = 10$ ;  $x_1 = 20$  e  $x_2 = 5$ ;  $x_1 = 25$  e  $x_2 = 4$ ;  $x_1 = 5$  e  $x_2 = 20$ ; ecc. (persino  $x_1 = 1$  e  $x_2 = 100$ ).

# Isoquanto

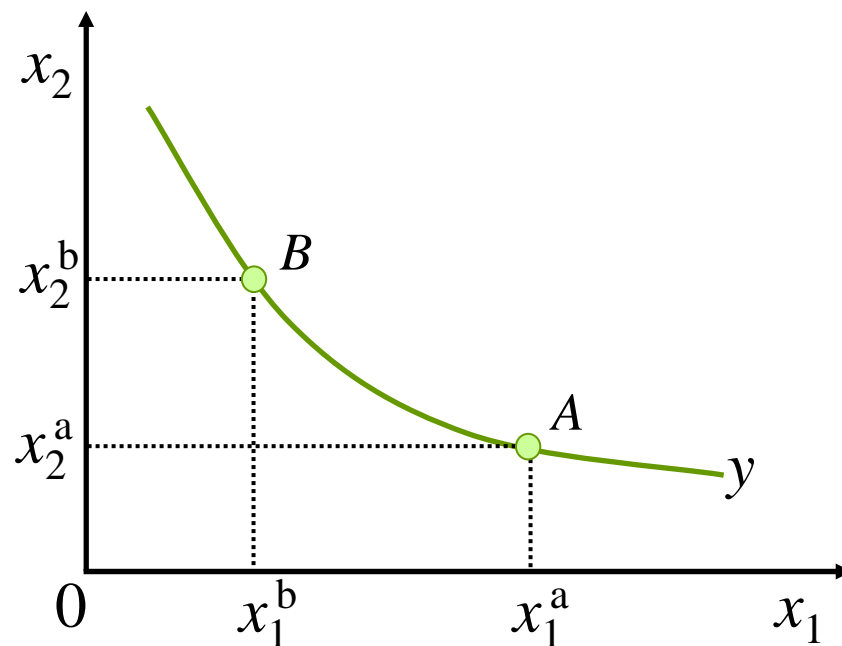
12

Nel nostro esempio la funzione di produzione descrive una tecnologia che ammette *sostituibilità* tra i due *inputs*.

È una sostituibilità *imperfetta*: se si vuole produrre la quantità data  $y$ , ogni volta che si riduce  $x_2$  di una unità,  $x_1$  deve essere aumentato sempre di più.

Chiamiamo *isoquanto* la curva che unisce *tutte* le coppie di  $x_1$  e  $x_2$  (le tecniche) che consentono di produrre la quantità *data*  $y$ .

L'isoquanto somiglia alla curva di indifferenza: è *decrescente* e *convessa* (e ce ne uno per ogni livello di  $y$ ; tanto più in alto quanto maggiore è  $y$ ).



# Saggio marginale di sostituzione tecnica

Le caratteristiche della curva di indifferenza sono descritte dal saggio marginale di sostituzione (SMS).

Le *caratteristiche* dell'*isoquanto* sono descritte dal *saggio marginale di sostituzione tecnica* (SMST).

Il SMST misura di quanto si deve aumentare  $x_2$  se si vuole produrre la stessa quantità  $y$  con una unità in meno di  $x_1$

Il valore del SMST è misurato dall'*inclinazione* dell'*isoquanto*  $\Delta x_2 / \Delta x_1$ , ed è perciò decrescente (notare le analogie con l'SMS). Vale anche la seguente proprietà (analoga a quella che lega SMS e  $U_m$ ):

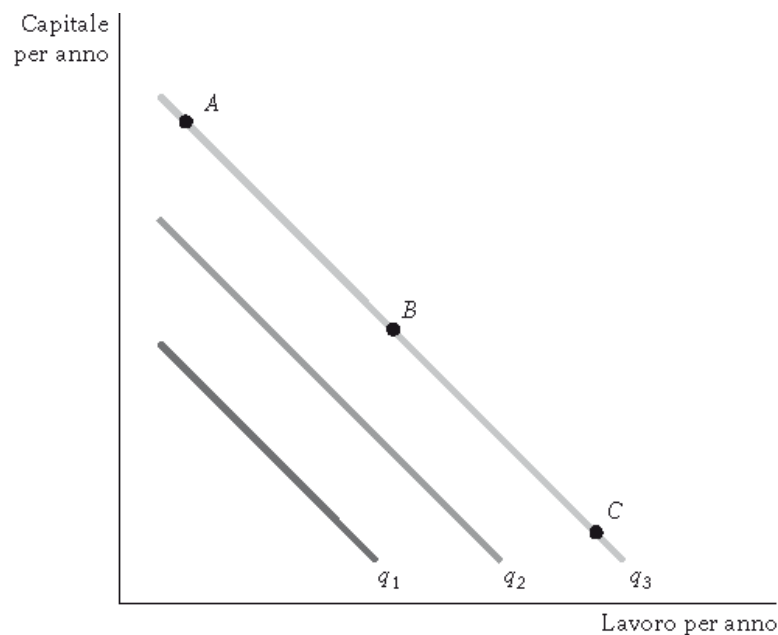
$$\text{SMST} = Pm_1 / Pm_2$$

Il saggio marginale di sostituzione tecnica può essere calcolato come *rapporto* tra le *produttività marginali* dei due *inputs*.

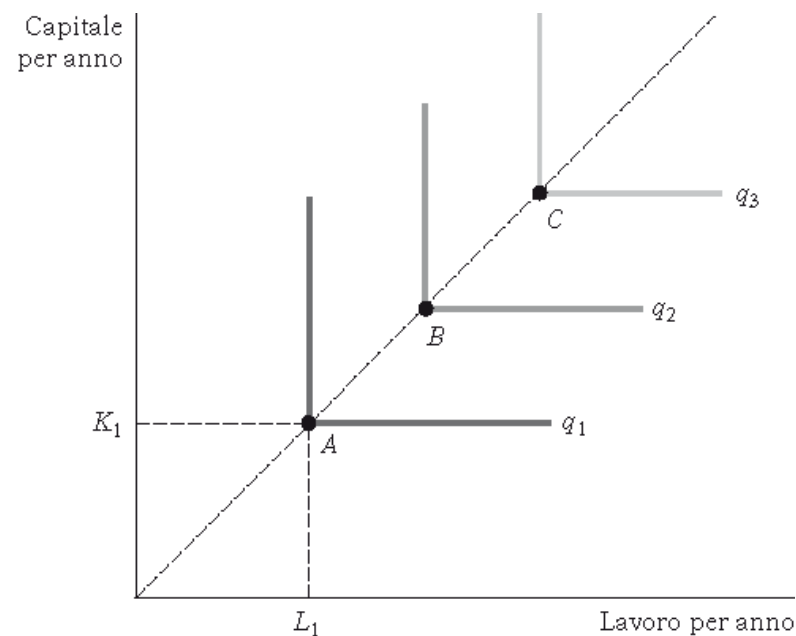
# Isoquanti particolari

14

Come per i beni, anche i fattori della produzione possono essere *perfetti complementi* o *perfetti sostituti*



*Fattori Perfetti Sostituti*



*Fattori Perfetti Complementi*

Abbiamo detto che per produrre la quantità  $y$  l'impresa sceglie la combinazione di  $x_1$  e  $x_2$  (la tecnica) che **costa meno**. Come si calcola il costo di una tecnica?

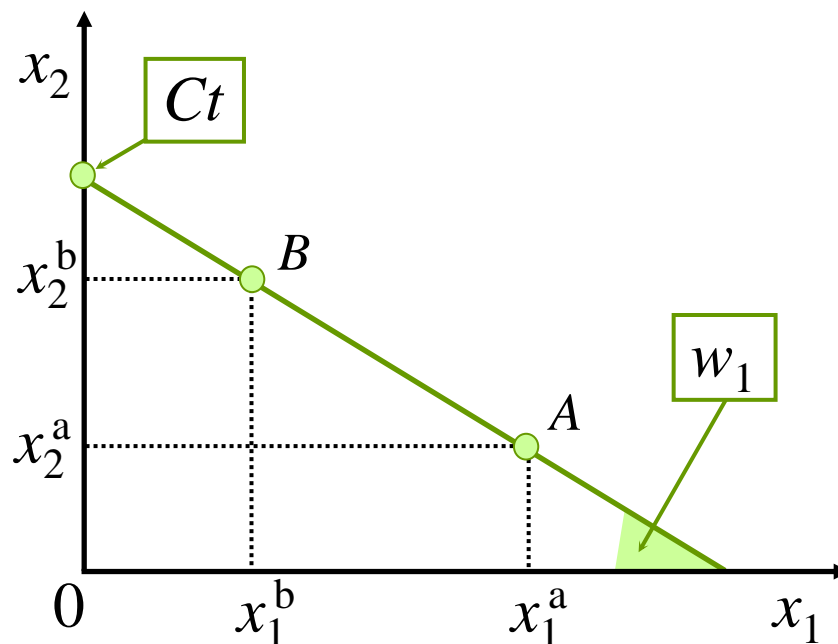
Lo sappiamo già: una tecnica costa

$$Ct = w_1x_1 + w_2x_2$$

Poniamo  $w_2 = 1$  (numerario) e risolviamo per  $x_2$ . Otteniamo

$$x_2 = Ct - w_1x_1$$

È l'equazione di una retta che si chiama **isocosto**. Essa dà **tutte** le **combinazioni** di  $x_1$  e  $x_2$  che **costano** la **stessa somma**, ossia  $Ct$  (il termine noto della retta).



# Isoquanto e isocosti

16

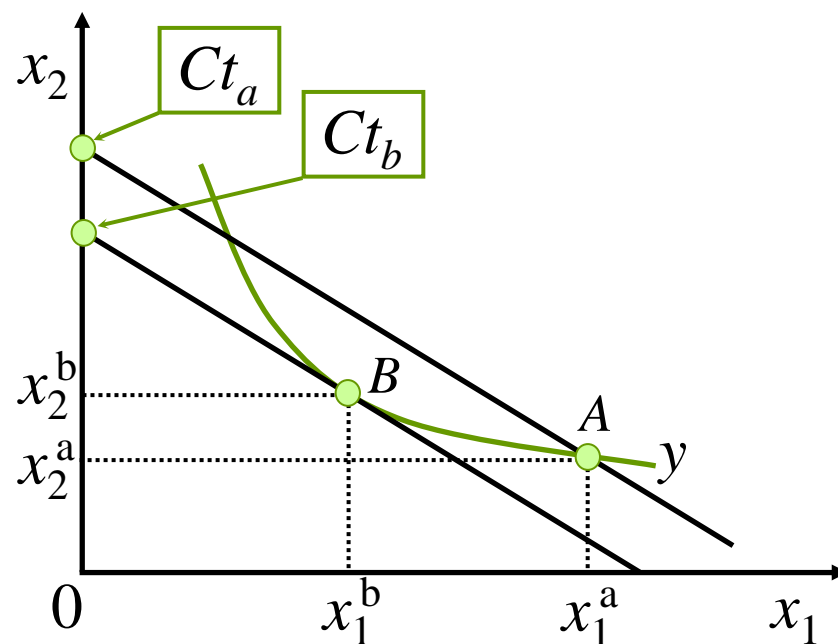
Se decide di produrre la quantità  $y$ , l'impresa può scegliere *un punto* (una tecnica) *sull'isoquanto* corrispondente.

La tecnica che *costa meno* è il punto di quell'isoquanto cui corrisponde l'*isocosto* con l'*intercetta più bassa*.

L'impresa può produrre la quantità  $y$  con la tecnica  $A$  (e, nel *breve periodo*, se dispone dell'impianto  $x_2^a$ , non può fare niente di meglio).

Nel *lungo periodo*, però, può *minimizzare il costo* scegliendo la tecnica  $B$ , ossia costruendo l'impianto  $x_2^b$ .

Il costo per produrre  $y$  scende da  $Ct_a$  a  $Ct_b$  (*non* ci sono tecniche che costino meno).





L'isocosto più basso (che identifica la tecnica che minimizza il costo) è quello *tangente* all'isoquanto.

Perciò, in corrispondenza della tecnica scelta, isoquanto e isocosto hanno la *stessa inclinazione*.

L'inclinazione dell'*isoquanto* è misurata dal **SMST**; quella dell'*isocosto* è misurata dal *prezzo relativo*  $w_1/w_2$ .

Perciò la scelta che minimizza il costo si trova nel punto dell'isoquanto in cui vale la condizione

$$SMST = w_1/w_2$$

Questa è la condizione dell'*efficienza economica*.

**NOTA IMPORTANTE.** Nella slide grafica l'inclinazione dell'isocosto era  $w_1$  perché si era posto  $w_2 = 1$ . Se non si fa questa semplificazione, l'inclinazione viene proprio  $w_1/w_2$ .

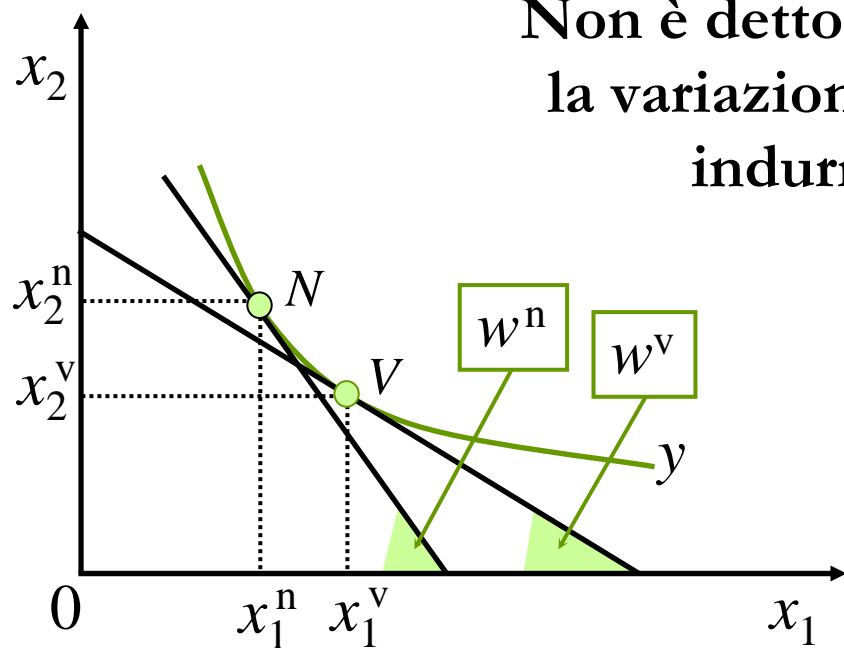
# Cambiamenti della tecnica

18

Indichiamo con  $w = w_1/w_2$  il prezzo relativo degli *inputs*. Un suo cambiamento induce l'impresa, nel *lungo periodo*, a cambiare la tecnica. Per esempio  $\Delta w > 0$  (il lavoro diventa relativamente più caro rispetto alle macchine) spingerà, per produrre la stessa quantità  $y$ , alla scelta di una tecnica con *meno lavoro e più macchine*: ci si sposta dal punto  $V$  al punto  $N$  del grafico.

Non è detto, però, che  $y$  resti al livello di prima: la variazione dei prezzi degli *inputs* può infatti indurre l'impresa a spostarsi su un nuovo isoquanto.

I cambiamenti dei prezzi degli *inputs*, infatti, comportano una variazione dei costi che potrebbe spingere l'impresa a cambiare i propri piani di produzione.



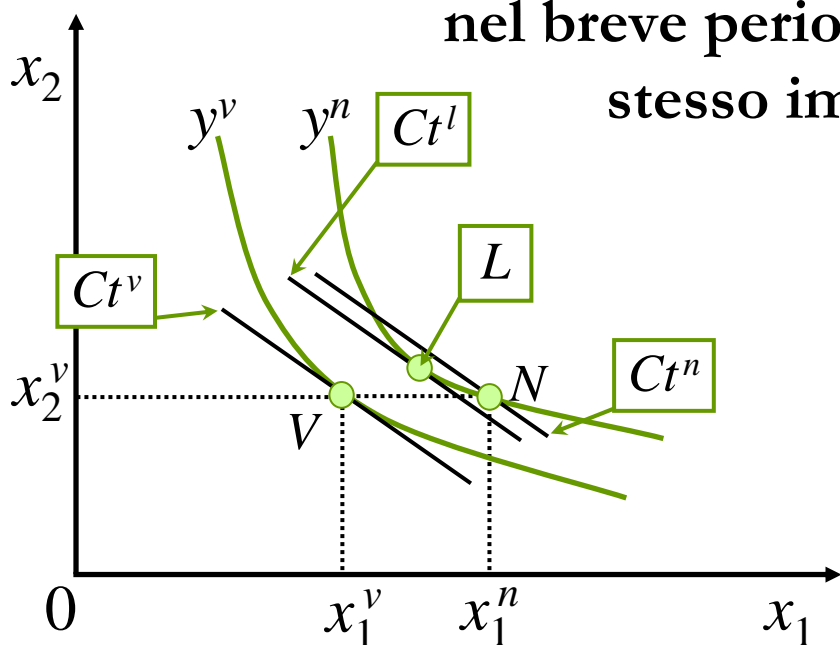
# Scelta della tecnica e $\Delta y$

19

Cosa succede alla scelta degli *inputs* se l'impresa decide di aumentare (o diminuire) la quantità prodotta, ossia di spostarsi su un nuovo isoquanto? Nel *breve periodo* l'impianto (il livello di  $x_2$ ) è dato. Perciò l'impresa può produrre di più (o di meno) *solo* variando l'impiego di lavoro (il livello di  $x_1$ ).

Se, per esempio, l'impresa decide di produrre  $y^n$ , userà nel breve periodo la tecnica  $N$  (con più lavoro nello stesso impianto). Si noti che  $C_t$  è aumentato, ma la cosa era prevista.

Se la decisione di produrre  $y^n$  è *permanente*, nel *lungo periodo* l'impresa *accrescerà* le dimensioni dell'*impianto* (scegliendo la tecnica  $L$ ) e così abbasserà  $C_t$ .



## Breve periodo: dalla $f(x)$ alla $C(y)$

Nel breve periodo il *costo* dell'impianto è *fisso*. Abbiamo cioè  $w_2x_2 = k$ . Perciò la relazione tra costo e *inputs* diventa:

$$Ct = wx + k$$

dove si è tolto il pedice a  $w_1$  e a  $x_1$  (non serve più).

Possiamo ricavare la relazione tra costo totale e quantità prodotta, ossia la  $C(y)$  usata nei lucidi precedenti, procedendo così:

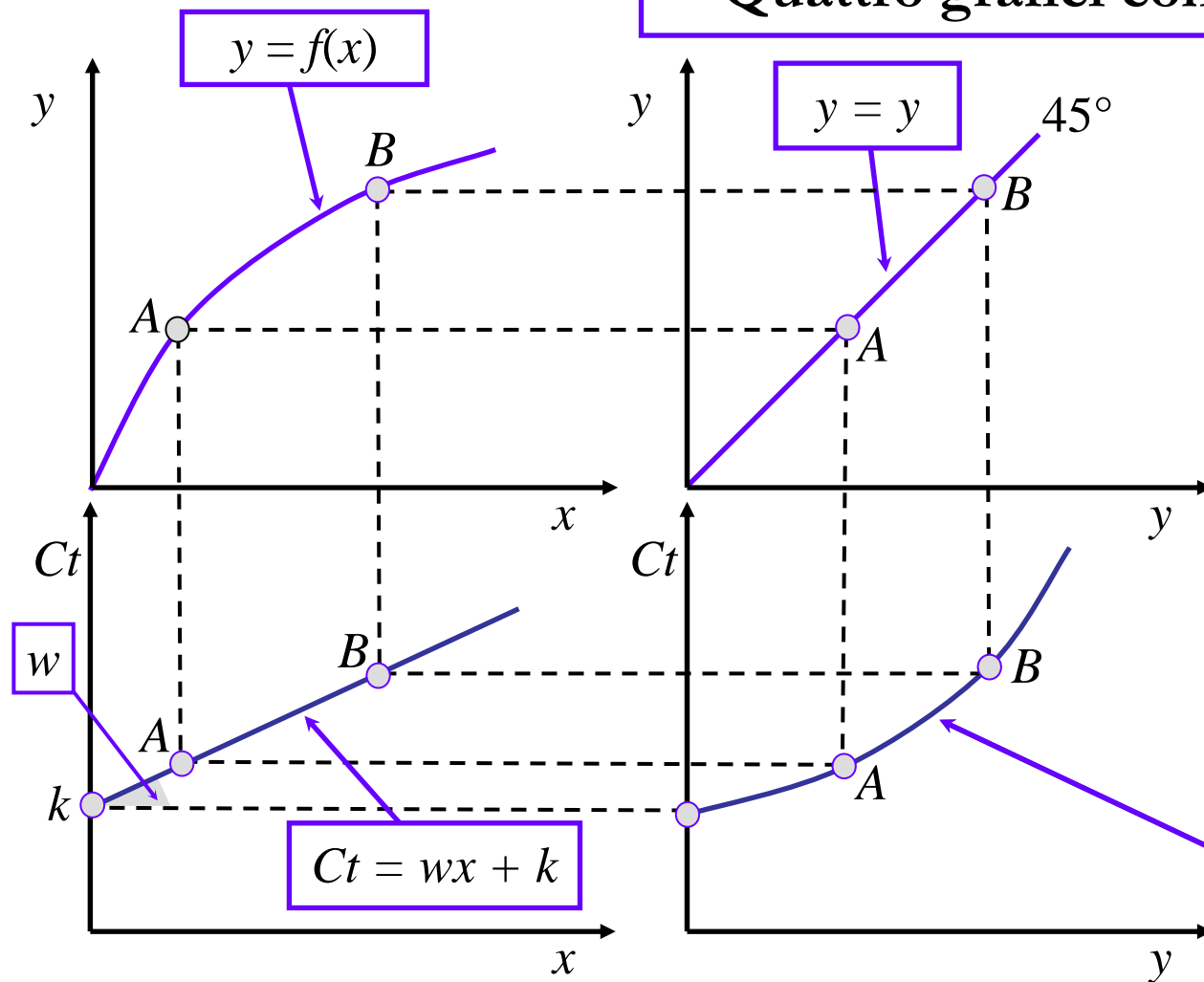
- (1) ricaviamo  $x$  dalla  $y = f(x)$ ; otteniamo la cosiddetta “funzione inversa”  $x = f^{-1}(y)$ ;
- (2) sostituiamo il valore di  $x$  così ottenuto nella  $Ct = wx + k$ ; otteniamo così  $Ct = wf^{-1}(y) + k = C(y)$ .

**ESEMPIO:** sia  $w_1 = 5$ ,  $w_2 = 2$  e  $x_2 = 100$  (e perciò  $k = 200$ ); sia  $y = 10\sqrt{x}$ ; (**PASSO 1**) si ricava subito  $x = y^2/100$ ; (**PASSO 2**) sostituendo in  $Ct$  si ricava  $C(y) = (y^2/20) + 200$ .

# Dal grafico della $f(x)$ a quello della $C(y)$

21

## Quattro grafici con gli assi allineati



Si parte da un punto del primo grafico (una combinazione di  $x$  e  $y$ ); si trova  $C_t$  nel terzo grafico e si riportano questi valori nel quarto ( $y$  attraverso il secondo). Si ripete per ogni punto e si identifica una curva:

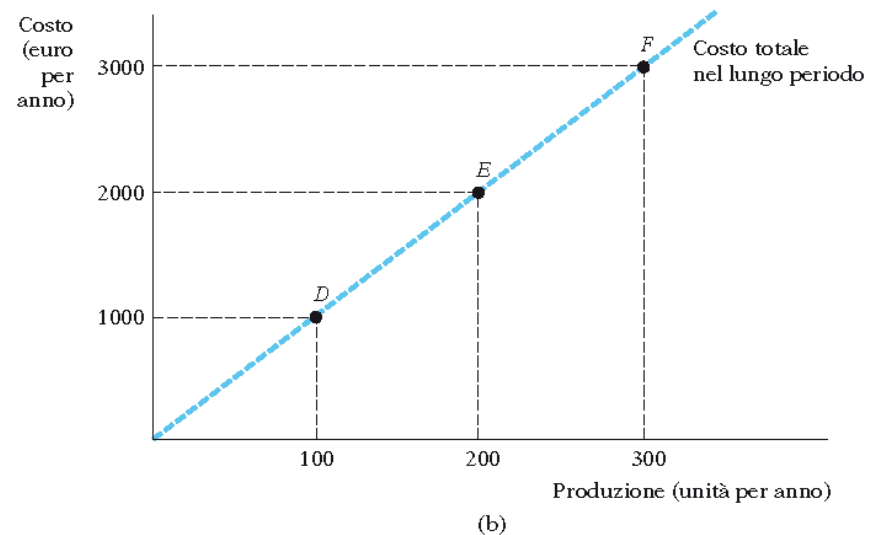
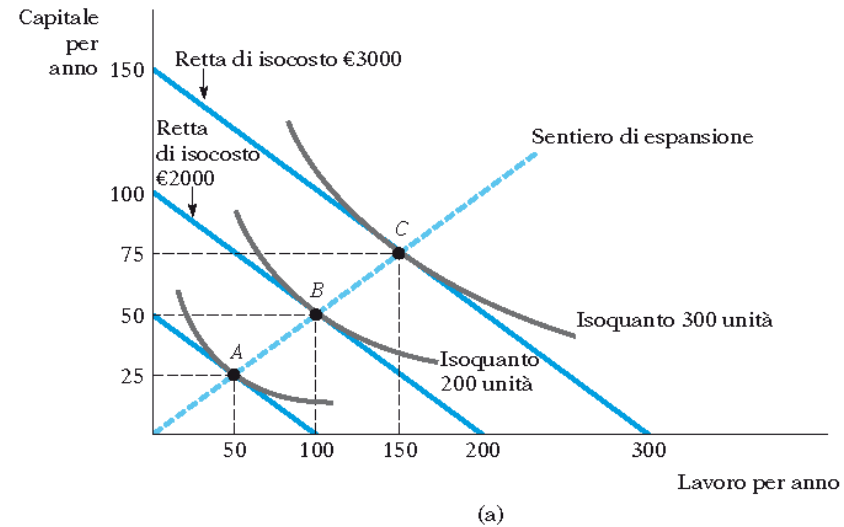
la funzione del costo totale  $C(y)$

# Lungo periodo: la funzione di $C(y)$

22

Nel lungo periodo il *costo* dell'impianto è *variabile*.

Possiamo utilizzare il grafico degli isoquanti di produzione aumentando la quantità prodotta. Si ottiene il sentiero di espansione e da lì il costo totale.



I costi totali possono anche essere suddivisi in:

- **Costi variabili** ( $CV$ ), che cambiano solamente al variare della produzione; quindi sono nulli se la produzione è zero
- **Costi fissi** ( $CF$ ), che non cambiano al variare della produzione

Costi medi fissi ( $CuF$ ) e costi medi variabili ( $CuV$ ) hanno andamenti diversi: i primi sono decrescenti nella quantità prodotta e i secondi sono crescenti nella quantità prodotta

Importante distinzione tra i costi costanti:

- **Costi fissi**, si azzerano con la cessazione dell'attività (es. i costi dei macchinari che si possono rivendere)
- **Costi sommersi** (*sunk costs*), irrecuperabili con la cessazione dell'attività (es. spesa per ricerca e sviluppo)

# Costo marginale

24

Il *costo marginale* ( $Cm$ ) è l'aumento di costo totale che si sopporta quando la quantità prodotta **aumenta** di uno:

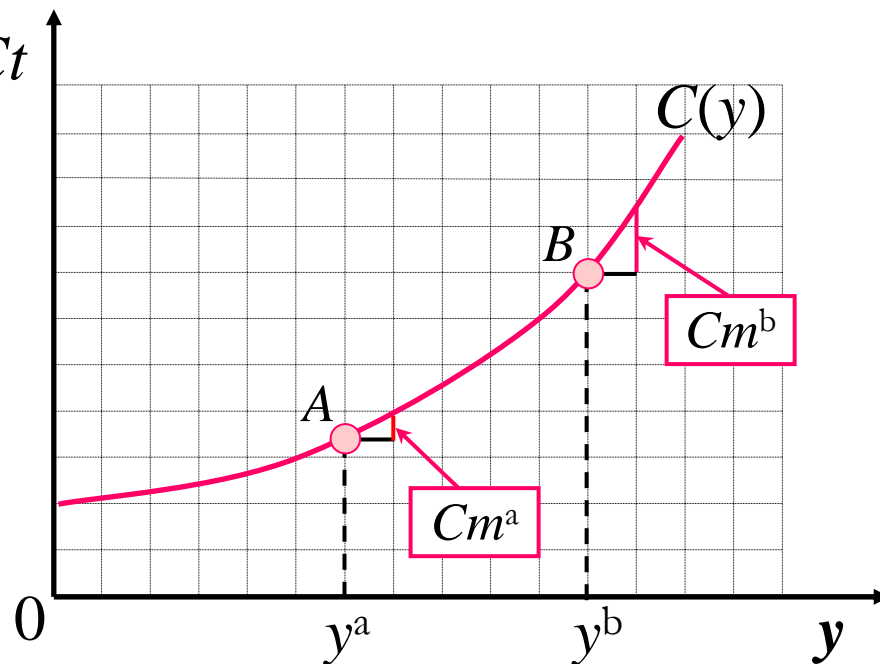
$$Cm = C(y + 1) - C(y)$$

La funzione  $C(y)$  del costo totale *non* è una retta  $\rightarrow$  il costo marginale *non è costante*.

Il costo marginale è *crescente*.  $Ct$

$Cm$  è approssimato dal *coefficiente angolare* (delle rette tangenti alla  $C(y)$  nei vari punti).

È l'*inclinazione* della funzione del costo totale (ossia  $Cm = \Delta Ct / \Delta y$ ).





# Costo marginale e produttività marginale

Aumentando l'impiego dell'input lavoro di 1 unità ( $\Delta x=1$ ):

1. Il costo totale  $C_t$  aumenta di  $w \rightarrow \Delta C_t = w$
2. La produzione aumenta della produttività marginale ( $\Delta y = P_m$ )

Dalla definizione di costo marginale ( $C_m = \Delta C_t / \Delta y$ ) otteniamo:

$$C_m = w / P_m$$

Poiché la produttività marginale è decrescente, allora il costo marginale risulta crescente, come visto in precedenza.

Il *costo medio* (o costo *unitario*) misura quanto costa (appunto in media) *ogni singola unità* prodotta.

Lo indichiamo col simbolo  $C_u$ . Esso può essere *calcolato* dividendo il costo totale per la quantità prodotta:

$$C_u = C_t / y$$

Mentre il costo marginale ( $C_m$ ) misura quanto costa l'*ultima* unità prodotta, il costo unitario ( $C_u$ ) misura quanto costa *in media ciascuna* unità prodotta.

Costo marginale e costo unitario sono legati tra loro:  
se  $C_m > C_u$  (l'*ultima* unità costa *più* della *media*)  
la produzione di quell'unità in più fa aumentare il costo medio;  
si ha  $\Delta C_u > 0$ ; viceversa, se  $C_m < C_u$  allora segue  $\Delta C_u < 0$ .

# Il grafico del costo medio

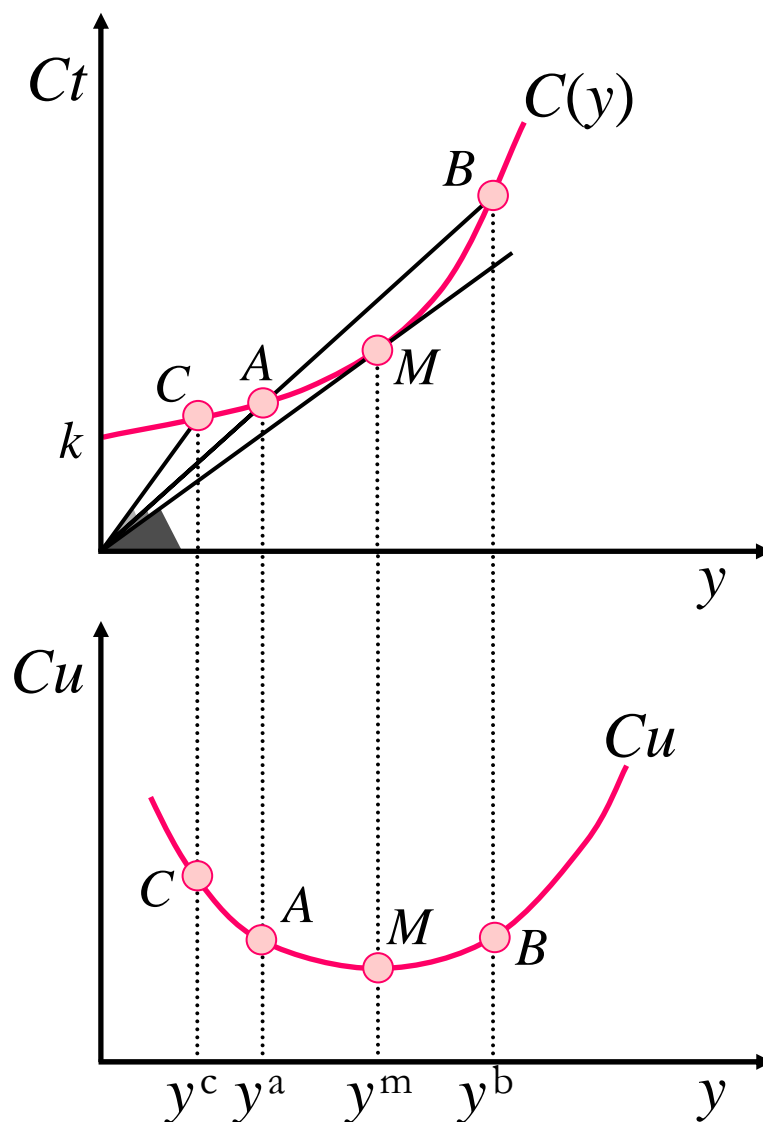
27

Ricordando che la definizione è  $Cu = Ct/y$ , può essere ricavato dal grafico del costo totale.

Prendiamo la quantità  $y^c$ : il costo totale è l'ordinata del punto  $C$ , sicché il costo medio è il rapporto tra l'ordinata e l'ascissa di  $C$  (che è pari al coefficiente angolare della retta che unisce  $C$  con l'origine).

Ripetendo l'operazione per i punti  $A$ ,  $M$  e  $B$ , si vede che  $Cu$  diminuisce fino a  $y^m$  e poi aumenta.

Il suo caratteristico andamento “a U” è riportato nel grafico inferiore.



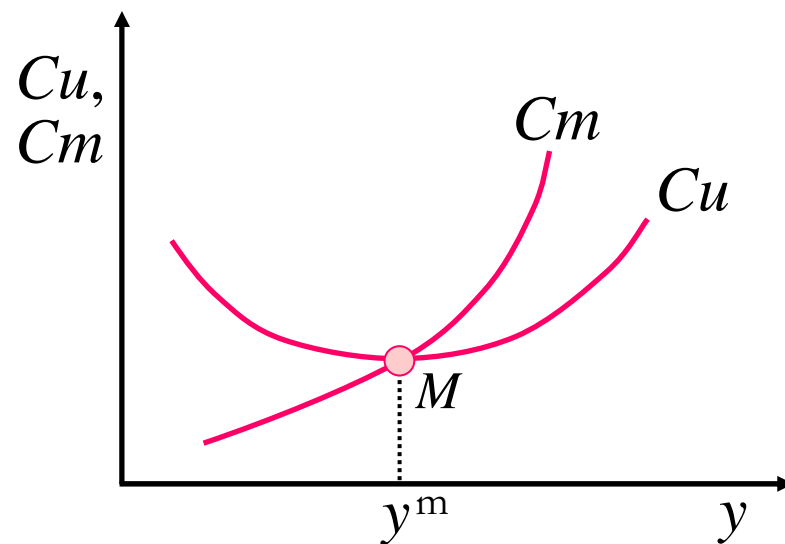
# Costo medio e costo marginale

28

Dato che il costo medio diminuisce quando  $C_m < C_u$  e aumenta quando  $C_m > C_u$ , questo significa che la curva del costo marginale *sta sotto* quella del costo medio *finché* quest'ultima *diminuisce* (fino al punto  $M$ ) mentre *passa sopra* quando il costo medio comincia ad *aumentare* (dopo il punto  $M$ ).

## PROPRIETÀ IMPORTANTE

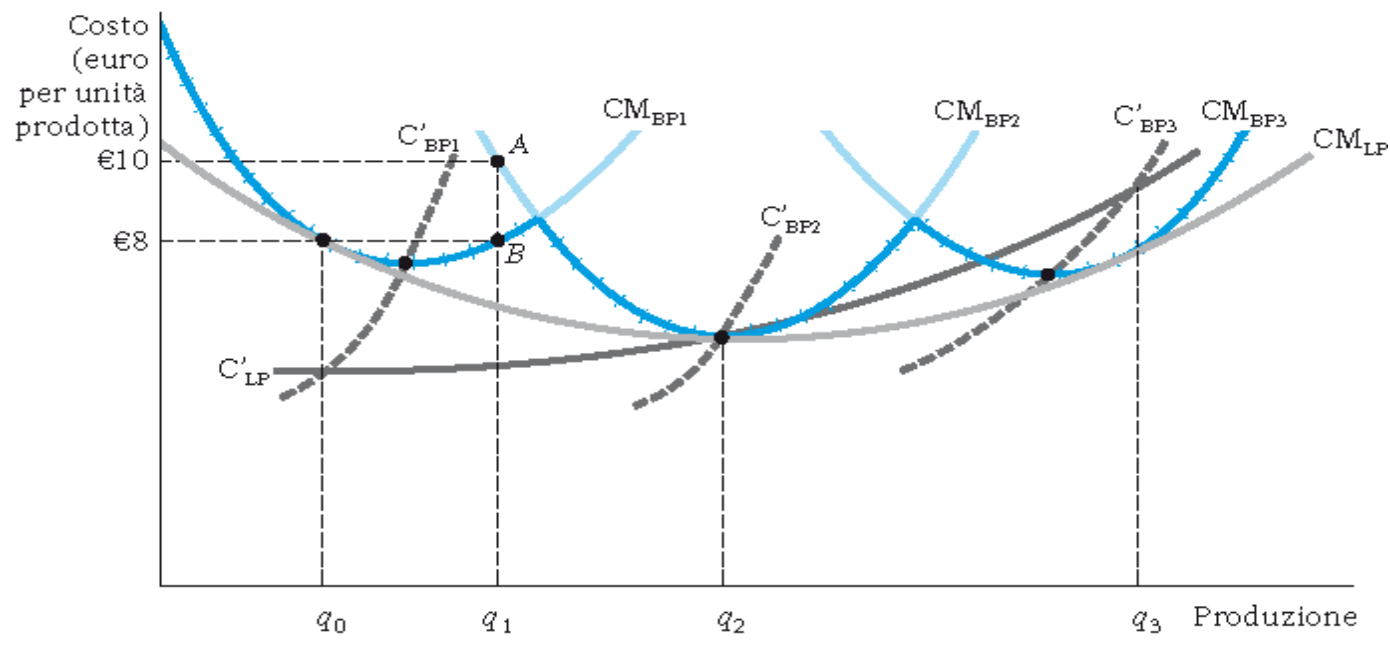
Quando il costo medio ha un andamento “a U”, la curva del costo marginale incontra quella del costo medio *nel punto di minimo* di quest'ultima.



# Costo medio di breve e di lungo periodo 29

Le curve di costo medio sia di breve che di lungo periodo sono a forma di U. Ma nel lungo periodo non ci sono vincoli e l'impresa può sempre minimizzare i costi.

Perciò la curva di costo medio di lungo periodo è data dall'unione di tutti i punti di minimo delle curve di costo medio di breve periodo (inviluppo)



## Riassumiamo: le tipologie di costo

- **Costi totali**
- **Costi fissi e costi variabili**
- **Costi medi e costi marginali**
- **Costi medi di breve e di lungo periodo**
- **Costi medi e rendimenti di scala**

# Un esempio

31

**TABELLA 7.1** I costi di un'impresa.

Livello di produzione (unità per anno)	Costo fisso (euro per anno)	Costo variabile (euro per anno)	Costo totale (euro per anno)	Costo marginale (euro per unità)	Costo medio fisso (euro per unità)	Costo medio variabile (euro per unità)	Costo medio totale (euro per unità)
	(CF)(1)	(CV)(2)	(CT)(3)	(C')(4)	(CMF)(5)	(CMV)(6)	(CMT)(7)
0	50	0	50	—	—	—	—
1	50	50	100	50	50	50	100
2	50	78	128	28	25	39	64
3	50	98	148	20	16,7	32,7	49,3
4	50	112	162	14	12,5	28	40,5
5	50	130	180	18	10	26	36
6	50	150	200	20	8,3	25	33,3
7	50	175	225	25	7,1	25	32,1
8	50	204	254	29	6,3	25,5	31,8
9	50	242	292	38	5,6	26,9	32,4
10	50	300	350	58	5	30	35
11	50	385	435	85	4,5	35	39,5